

**Schulinterner Lehrplan des
Albertus-Magnus-Gymnasiums Bensberg
für die Sekundarstufe II
zum Kernlehrplan für die gymnasiale Oberstufe**

Mathematik

Inhalt

	Seite
1 Die Fachgruppe Mathematik am Albertus-Magnus-Gymnasium Bensberg	3
2 Vorbemerkungen zum neuen Kernlehrplan für die Sekundarstufe II	4
3 Entscheidungen zum Unterricht	6
2.1 Unterrichtsvorhaben	6
2.1.1 <i>Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben</i>	8
2.1.2 <i>Konkretisierte Unterrichtsvorhaben</i>	10

1 Die Fachgruppe Mathematik am AMG

Das Albertus-Magnus-Gymnasium blickt auf eine lange Tradition zurück. (Gründungsjahr 1858) Es ist vier- bis fünfzügig ausgebaut und führt in acht Jahren zur Allgemeinen Hochschulreife.

In der Regel werden in der Einführungsphase fünf parallele Mathematik-Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Qualifikationsphase zwei Leistungs- und drei Grundkurse entwickeln.

Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt. Ab Klasse 7 stehen für den Fachunterricht Mathematik drei fachspezifisch eingerichtete Fachräume zur Verfügung. Die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor.

Durch ein fachliches Förderprogramm unter Einbeziehung von Schülerinnen und Schülern als Tutoren und die Selbstlernerinrichtung MoVe für die 7. und 8. Jahrgangsstufe, begleitet durch regelmäßige Sprechstunden der Lehrkräfte und dort getroffene Lernvereinbarungen, werden Schülerinnen und Schüler mit Übergangs- und Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an den vielfältigen Wettbewerben und Ferienkursen im Fach Mathematik angehalten und, wo erforderlich, begleitet.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass alle drei wesentlichen Aspekte der Mathematik vermittelt werden sollen, nämlich die Mathematik als Struktur, die Mathematik als individuelle und kreative Tätigkeit sowie die Mathematik als Anwendung.

In der Sekundarstufe I wird ein grafikfähiger wissenschaftlicher Taschenrechner (TI-nspire CX) zu Beginn der Klasse 7 eingeführt. Dieser wird bis zum Abitur verwendet. Dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt und der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule zwei PC-Unterrichtsräume zur Verfügung sowie interaktive Whiteboards in zahlreichen Fachräumen. In der Sekundarstufe II kann deshalb vorausgesetzt werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind.

2. Vorbemerkungen zu den neuen Kernlehrplänen für die EF

Der neue Kernlehrplan für die Sek. II, der vom Schuljahr 2014/2015 an für die Einführungsphase (EF) in Kraft tritt, sieht für die EF einige Änderungen vor. Die wesentlichen Neuerungen werden hier in Kurzform vorgestellt.

Der Kernlehrplan unterscheidet folgende zentralen Begriffe und Ebenen:

„Inhaltsfelder“ systematisieren die Gegenstände. Sie sind nicht gleichzusetzen mit „Unterrichtsvorhaben“. Ein Beispiel für ein Inhaltsfeld ist der Gegenstandsbereich „Funktionen und Analysis“. Die Untergliederungselemente der Inhaltsfelder werden „Inhaltliche Schwerpunkte“ genannt. Z. B. ist „Grundverständnis des Ableitungsbegriffs“ ein inhaltlicher Schwerpunkt.

Die in der EF zu behandelnden Inhaltsfelder sind „Funktionen und Analysis“ (A), „Analytische Geometrie und Lineare Algebra“ (G) und „Stochastik“ (S). Die Zentralklausur am Ende der EF enthält eine Aufgabe aus dem Inhaltsfeld A und eine Aufgabe aus einem der beiden anderen Inhaltsfelder. Das zweite Inhaltsfeld wird frühzeitig von der Landesregierung bekannt gegeben und beeinflusst die Abfolge der Unterrichtsvorhaben. Sollte die Geometrie (G) in der Zentralklausur berücksichtigt werden, ist in der unten genannten Abfolge der Unterrichtsvorhaben die Stochastik (S) an die Stelle der Geometrie zu setzen und umgekehrt.

Die Kompetenzbereiche, um die es in der Sek. II geht, sind im Wesentlichen unverändert geblieben. Nur bei der Kompetenzerwartung Argumentieren/Kommunizieren gibt es eine Änderung. Es werden zwei getrennte Kompetenzbereiche unterschieden. Das Argumentieren wird als eigenständiger Kompetenzbereich angesetzt, um ein besonderes Gewicht auf das innermathematische Argumentieren zu legen, das als „hohe Kunst“ Würdigung finden soll.

Die Aufgabenformate der Zentralklausur werden andere sein als bisher. Es wird einen hilfsmittelfreien Anteil von 20% geben. Die Zentralklausur dauert insgesamt 100 Minuten. In dem hilfsmittelfreien Teil geht es um Standardtechniken und händisches Können. So müssen SuS z.B. eine Polynomgleichung, die sich durch Ausklammern oder Substituieren auf eine quadratische oder lineare Gleichung zurückführen lässt, ohne technische Hilfsmittel lösen können.

Die wichtigsten Änderungen im Inhaltsfeld A ist der Verzicht auf die systematische Behandlung von Krümmung und Wendepunkten und die Einschränkung bei der Behandlung der Potenzfunktionen.

Der Mathematikunterricht der EF soll nicht mehr mit einem wiederholenden Kapitel zu linearen und quadratischen Funktionen beginnen. Von den SuS wird erwartet, dass sie Defizite in diesen und anderen in der Unter- oder Mittelstufe vorgesehenen Kompetenzbereichen eigenständig anhand von Selbstlernmaterialien aufarbeiten.

Zu Beginn der EF empfiehlt sich ein Diagnosetest zur Feststellung eventueller Defizite. Für die Stochastik gibt es z.B. aus dem Modellversuch Sinus NRW den sog. „Sinus-Diagnose-Test“, der eingesetzt werden kann. Zur eigenständigen Aufarbeitung der Stochastik aus Stufe 7 und 8 wird empfohlen, den SuS das MoVe-Selbstlernmodul an die Hand zu geben.

Der neue Kernlehrplan für Sekundarstufe II im Überblick

Einführungsphase

Inhaltsfeld A (Funktionen und Analysis)

- Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen
- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs
- Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen

Inhaltsfeld G (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

- Koordinatisierungen des Raumes
- Vektoren und Vektoroperationen

Inhaltsfeld S (Stochastik)

- Mehrstufige Zufallsexperimente
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Qualifikationsphase GRUNDKURS

Inhaltsfeld A (Funktionen und Analysis)

- Funktionen als mathematische Modelle
- Fortführung der Differentialrechnung
- Grundverständnis des Integralbegriffs
- Integralrechnung

Inhaltsfeld G (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

- Lineare Gleichungssysteme
- Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte
- Lagebeziehungen
- Skalarprodukt

Inhaltsfeld S (Stochastik)

- Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Binomialverteilung
- Stochastische Prozesse

Qualifikationsphase LEISTUNGSKURS

Inhaltsfeld A (Funktionen und Analysis)

- Funktionen als mathematische Modelle
- Fortführung der Differentialrechnung
- Grundverständnis des Integralbegriffs
- Integralrechnung

Inhaltsfeld G (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

- Lineare Gleichungssysteme
- Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte
- Lagebeziehungen und Abstände
- Skalarprodukt

Inhaltsfeld S (Stochastik)

- Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Binomialverteilung und Normalverteilung
- Testen von Hypothesen
- Stochastische Prozesse

3 Entscheidungen zum Unterricht

Hinweis: Die nachfolgend dargestellte Umsetzung der verbindlichen Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans findet auf zwei Ebenen statt. Das **Übersichtsraster** gibt den Lehrkräften einen raschen Überblick über die laut Fachkonferenz verbindlichen Unterrichtsvorhaben pro Schuljahr. In dem Raster sind außer dem Thema des jeweiligen Vorhabens das schwerpunktmäßig damit verknüpfte Inhaltsfeld bzw. die Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte des Vorhabens sowie Schwerpunktkompetenzen ausgewiesen. Die **Konkretisierung von Unterrichtsvorhaben** führt weitere Kompetenzerwartungen auf und verdeutlicht vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen. Empfehlungen sind kursiv gedruckt.

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben der Qualifikationsphase sowie die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkreter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüber-

prüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben¹

Einführungsphase	
<u>Unterrichtsvorhaben I:</u> Thema: <i>Eigenschaften von Funktionen (Wiederholung und Symmetrie, Nullstellen, Transformation)(EF-A1)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren, Kommunizieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Grundlegende Eigenschaften von Potenz- und Sinusfunktionen Zeitbedarf: 23 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben II:</u> Thema: <i>Potenzen in Termen und Funktionen (rationale Exponenten, Exponentialfunktionen, Wachstumsmodelle)(EF-A2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Grundlegende Eigenschaften von Exponentialfunktionen Zeitbedarf: 7 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben III:</u> Thema: <i>Die Ableitung, ein Schlüsselkonzept (Änderungsrate, Ableitung, Tangente)(EF-A3)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren, Kommunizieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen Zeitbedarf: 19 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben IV:</u> Thema: <i>Funktionsuntersuchungen (charakteristische Punkte, Monotonie, Extrema)(EF-A4)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Grundlegende Eigenschaften von Potenzfunktionen • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen Zeitbedarf: 10 Std.

¹ Die Abfolge der Unterrichtsvorhaben I, II, III und IV ist verpflichtend, während die Abfolge der Unterrichtsvorhaben V und VI auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen sind.

Einführungsphase Fortsetzung	
<u>Unterrichtsvorhaben V:</u> Thema: <i>Wahrscheinlichkeit, ein Schlüsselkonzept (Erwartungswert, Pfadregel, Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeit)(EF-S1)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Mehrstufige Zufallsexperimente • Bedingte Wahrscheinlichkeiten Zeitbedarf: 17 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben VI:</u> Thema: <i>Vektoren, ein Schlüsselkonzept (Punkte, Vektoren, Rechnen mit Vektoren, Betrag)(EF-G1)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren, Kommunizieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Koordinatisierungen des Raumes • Vektoren und Vektoroperationen Zeitbedarf: 15 Std.
Summe Einführungsphase: 91 Stunden	

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS ²	
<u>Unterrichtsvorhaben I:</u> Thema: <i>Eigenschaften von Funktionen (Höhere Ableitungen, Besondere Punkte von Funktionsgraphen, Funktionen bestimmen, Parameter)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: • Fortführung der Differentialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle Zeitbedarf: 29 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben II:</u> Thema: <i>Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral- und Flächeninhalt, Integralfunktion)</i> Zentrale Kompetenzen: • Kommunizieren, Argumentieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: • Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung Zeitbedarf: 21 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben III:</u> Thema: <i>Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus, Ableitungen)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Fortführung der Differentialrechnung Zeitbedarf: 15 Std.	

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (Fortsetzung)	
<u>Unterrichtsvorhaben IV:</u> Thema: <i>Geraden und Skalarprodukt (Bewegungen und Schattenwurf)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) • Skalarprodukt Zeitbedarf: 20 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben V:</u> Thema: <i>Ebenen als Lösungsmengen linearer Gleichungen (Untersuchung geometrischer Objekte)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte • Lineare Gleichungssysteme Zeitbedarf: 18 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 103 Stunden	

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben I:</u> Thema: <i>Wahrscheinlichkeit – Statistik: Ein Schlüsselkonzept</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen • Problemlösen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen • Binomialverteilung Zeitbedarf: 24 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben II:</u> Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Argumentieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Stochastische Prozesse Zeitbedarf: 14 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben III:</u> Thema: <i>Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produktregel, Kettenregel)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung Zeitbedarf: 16 Std.	
Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 54 Stunden	

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS ³	
<u>Unterrichtsvorhaben I:</u> Thema: <i>Eigenschaften von Funktionen (Höhere Ableitungen, Besondere Punkte von Funktionsgraphen, Funktionen bestimmen, Parameter)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: • Fortführung der Differentialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle Zeitbedarf: 30 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben II:</u> Thema: <i>Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral- und Flächeninhalt, Integralfunktion)</i> Zentrale Kompetenzen: • Kommunizieren, Argumentieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: • Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung Zeitbedarf: 30 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben III:</u> Thema: <i>Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus, Ableitungen)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Fortführung der Differentialrechnung Zeitbedarf: 20 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben IV:</u> Thema: <i>Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produktregel, Kettenregel)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltliche Schwerpunkte: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung Zeitbedarf: 30 Std.

³ Die Abfolge der Unterrichtsvorhaben in Q1 und Q2 kann dahingehend abgeändert werden, dass das Unterrichtsvorhaben IV (A4) ans Ende der Q2 verschoben wird. Im ersten Durchlauf mit dem neuen Kernlehrplan hat sich diese Änderung als vorteilhaft erwiesen, weil nach der analytischen Geometrie und der Stochastik das Thema Analysis noch einmal aufgegriffen wird.

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<u>Unterrichtsvorhaben V:</u> Thema: <i>Geraden und Skalarprodukt (Bewegungen und Schattenwurf)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) • Skalarprodukt Zeitbedarf: 25 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben VI:</u> Thema: <i>Ebenen als Lösungsmengen linearer Gleichungen (Untersuchung geometrischer Objekte)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte • Lineare Gleichungssysteme Zeitbedarf: 25 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 160 Stunden	

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben I:</u> Thema: <i>Abstände und Winkel</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Lagebeziehungen und Abstände • Lineare Gleichungssysteme Zeitbedarf: 20 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben II:</u> Thema: <i>Wahrscheinlichkeit – Statistik: Ein Schlüsselkonzept</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen • Problemlösen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen • Binomialverteilung Zeitbedarf: 24 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben III:</u> Thema: <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Testen von Hypothesen Zeitbedarf: LK: 16 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben IV:</u> Thema: <i>Ist die Glocke normal?</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Normalverteilung Zeitbedarf: 15 Std.

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben V:</u> Thema: <i>Von Übergängen und Prozessen</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Argumentieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Stochastische Prozesse Zeitbedarf: 14 Std.	
<u>Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 89 Stunden</u>	

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	EF-A1	24
II	EF-A2	12
III	EF-A3	20
IV	EF-A4	12
V	EF-S1	18
VI	EF-G1	14
	Summe:	100

Qualifikationsphase (Q1) - Grundkurs		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q1-A1	29
II	Q1-A2	21
III	Q1-A3	15
IV	Q1-G1	20
V	Q1-G2	18
	Summe:	103

Qualifikationsphase (Q2) - Grundkurs		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q2-S1	24
II	Q2-S2	14
III	Q2-A4	16
	Summe:	54

Qualifikationsphase (Q1) - Leistungskurs		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q1-A1	30
II	Q1-A2	30
III	Q1-A3	20
IV	Q1-A4	30
V	Q1-G1	25
VI	Q1-G2	25
	Summe:	160

Qualifikationsphase (Q2) - Leistungskurs		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q2-G3	20
II	Q2-S1	24
III	Q2-S2	16
IV	Q2-S3	15
V	Q2-S4	14
	Summe:	89

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Hinweis: Thema, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz des Albertus-Magnus-Gymnasiums verbindlich vereinbart. In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 2.2 bis 2.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

Vorhabenbezogene Konkretisierung:

Unterrichtsvorhaben EF-I (EF-A1)

Thema: *Eigenschaften von Funktionen (Wiederholung und Symmetrie, Nullstellen, Transformation)*

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Funktionen und Analysis Grundlegende Eigenschaften von Potenz- und Sinusfunktionen einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen) anwenden und die zugehörigen Parameter deuten Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie von quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen beschreiben am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften (Symmetrie, Globalverhalten) als Argumente beim Lösen innermathematischer Probleme verwenden Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel lösen einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen) anwenden und die zugehörigen Parameter deuten	Problemlösen <i>Lösen</i> ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen <i>Reflektieren</i> Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen und beispielgebunden unterstützen <i>Begründen</i> vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären Kommunizieren <i>Rezipieren</i> Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, mathematische Fachbegriffe in theoretischen Zusammenhängen erläutern <i>Produzieren</i> eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben <i>Diskutieren</i> zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet Stellung nehmen, ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität beurteilen, auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen Entscheidungen herbeiführen Werkzeuge nutzen Digitale Werkzeuge nutzen zum Erkunden und zum Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, Lösen von Gleichungen	Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel zu den neuen Inhalten vermittelt und diagnosegestützt geübt. Dem erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf einzelner Schüler wird durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. Insgesamt sollen die Schüler zum eigenverantwortlichen Lernen mit geeigneten Materialien angeleitet werden. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenz- und Wurzelfunktionen. Zur Erarbeitung oder Vertiefung der Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen bietet es sich an, die Erkundung am Anfang des Kapitels durchzuführen. Im Zusammenhang mit der Nullstellenberechnung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTRs gegeben. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren, die Anzahl von Nullstellen und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert. Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software und des GTR gerichtet werden.

Unterrichtsvorhaben EF-II (EF-A2)

Thema: Potenzen in Termen und Funktionen (rationale Exponenten, Exponentialfunktionen, Wachstumsmodelle)

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Funktionen und Analysis Grundlegende Eigenschaften von Exponentialfunktionen Einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Exponentialfunktionen anwenden und die zugehörigen Parameter deuten Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen beschreiben; am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen verwenden	Modellieren <i>Strukturieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten, einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen, <i>Validieren</i> die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung reflektieren, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern Problemlösen <i>Lösen</i> ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen <i>Reflektieren</i> Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung und auf Plausibilität überprüfen, verschiedene Lösungswege vergleichen Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren <i>Begründen</i> vorgegebene Argumentationen und Beweise erklären, Kommunizieren <i>Diskutieren</i> zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen begründet Stellung nehmen Werkzeuge nutzen Digitale Werkzeuge nutzen zum Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, und zum Lösen von Gleichungen	Es bietet sich an den Einstieg ins Thema handlungsorientiert zu gestalten. Beispielsweise kann der Bierschaumzerfall oder ein Würfelexperiment durchgeführt werden, um den radioaktiven Zerfall zu simulieren. Dabei findet auch eine Vernetzung mit der Stochastik statt. Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können anschließend Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. Die Kenntnisse zu Transformationen werden hier auf eine neue Funktionsklasse übertragen.

Unterrichtsvorhaben EF-III (EF-A3)

Thema: Die Ableitung, ein Schlüsselkonzept (Änderungsrate, Ableitung, Tangente)

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Funktionen und Analysis Grundverständnis des Ableitungsbegriffs Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen	Modellieren <i>Mathematisieren</i> Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten <i>Reflektieren</i> die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen <i>Validieren</i> die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung reflektieren Problemlösen <i>Erkunden</i> Muster und Beziehungen erkennen <i>Lösen</i> heuristische Strategien und Prinzipien nutzen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen <i>Reflektieren</i> die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen <i>Beurteilen</i> Ergebnisse, Begriffe und Regeln auf Verallgemeinerbarkeit überprüfen Kommunizieren <i>Rezipieren</i> Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, <i>Produzieren</i> die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln <i>Diskutieren</i> zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet Stellung nehmen Werkzeuge nutzen Digitale Werkzeuge nutzen zum Erkunden und Berechnen und zum Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren von Parametern, grafischen Messen von Steigungen, Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle	Für den Einstieg wird die Betrachtung durchschnittlicher Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Wirkstoff- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung). Eine vollständige Behandlung ist aus Zeitgründen nicht anzustreben. Ein Stationenlernen zu diesem Thema bietet sich an. Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums in der EF zunächst qualitativ und heuristisch verwendet. Als möglichen Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird der Unterschied zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. Alternativ können auch Kontexte gewählt werden, bei denen das Wissen um die maximale Momentangeschwindigkeit von Bedeutung ist (z.B. 100m-Lauf, Bungeesprung). Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden (z.B. bei der Betrachtung von Steigungen bei Auf- oder Abfahrten). Dynamische-Geometrie-Software (DGS, z.B. GeoGebra) wird zur geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Bei ausreichender Zeit ist auch die numerische Betrachtung mittels Tabellenkalkulation empfohlen. Verschiedene Möglichkeiten die Ableitung einer Funktion an einer Stelle und die Tangente mittels GTR zu bestimmen wird hier thematisiert und kann sowohl zur Kontrolle als auch für Anwendungsaufgaben genutzt werden. Im Anschluss wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. Zur Differenzierung kann für stärkere SuS das Verfahren auf eine Funktion dritten Grades übertragen werden. Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen anhand des Ableitungsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Sie entdecken dabei die Zusammenhänge zwischen f und f' anhand charakteristischer Punkte. Die präzise Formulierung und Anwendung der notwendigen und hinreichenden Bedingungen erfolgt erst in Unterrichtsvorhaben IV, auch eine Untersuchung der Änderung von Änderungen ist erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen.

		Das graphische Ableiten der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist. Beim Entdecken der Ableitungsregeln für höhere Potenzen soll Raum gegeben werden für eigenständiges forschend entwickelndes Lernen der Schüler. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens. Auf einen Beweis der Summen und Faktorregel kann verzichtet werden.
--	--	--

Unterrichtsvorhaben EF-IV (EF-A4)

Thema: Funktionsuntersuchungen (charakteristische Punkte, Monotonie, Extrema)

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Funktionen und Analysis Grundlegende Eigenschaften von Potenzfunktionen Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen	Modellieren <i>Strukturieren</i> Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen <i>Mathematisieren</i> Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten <i>Validieren</i> die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen Problemlösen <i>Erkunden</i> Muster und Beziehungen erkennen <i>Lösen</i> ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen <i>Reflektieren</i> Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung überprüfen, die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, verschiedene Lösungswege vergleichen Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren <i>Begründen</i> math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen Kommunizieren <i>Rezipieren</i> Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, math. Begriffe in Sachzusammenhängen erläutern <i>Produzieren</i> die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren Werkzeuge nutzen Digitale Werkzeuge nutzen zum Erkunden und zum Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle)	Im Anschluss an das Vorhaben III werden für ganzrationale Funktionen die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und vom Sattelpunkt abzugrenzen. Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. Die Verwendung des hinreichenden Kriteriums mittels zweiter Ableitung soll in der EF noch unterbleiben. Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen sollen auch Tangentengleichungen bestimmt werden. Zur Vorbereitung der Zentralen Klausur am Ende der EF sollte das graphische Anlegen von Tangenten nach Augenmaß behandelt werden. Von großer Bedeutung ist auch die Fähigkeit, mit dem Graphiktaschenrechner Nullstellen sowie Hoch- und Tiefpunkte näherungsweise bestimmen zu können. Auch wichtig ist die Kompetenz, die Bedeutung der Änderungsrate (1. Ableitung) im Sachzusammenhang erklären zu können.
Eigenschaften eines Funktionsgraphen beschreiben		
Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie) mithilfe des Graphen der Ableitungsfunktion begründen		
Eigenschaften von Funktionsgraphen (Extrempunkte) mithilfe des Graphen der Ableitungsfunktion begründen, lokale und globale Extrema im Definitionsbereich unterscheiden, das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten verwenden		
Am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von außermathematischen Problemen verwenden		

Unterrichtsvorhaben EF-V (EF-S1)

Thema: *Wahrscheinlichkeit, ein Schlüsselkonzept (Erwartungswert, Pfadregel, Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeit)*

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Stochastik Mehrstufige Zufallsexperimente Bedingte Wahrscheinlichkeiten	Modellieren <i>Strukturieren</i> eine zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> eine zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten, einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen, die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen <i>Validieren</i> de Problemlösen <i>Erkunden und Lösen</i> Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden stellen, die Situation analysieren und strukturieren, ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen <i>Reflektieren</i> Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung und auf Plausibilität überprüfen, verschiedene Lösungswege vergleichen Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren <i>Begründen</i> math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen Kommunizieren <i>Rezipieren</i> Informationen aus mathematikhaltigen Texten und Darstellungen erfassen, strukturieren und formalisieren Werkzeuge nutzen Digitale Werkzeuge nutzen zum Generieren von Zufallszahlen; Ermitteln von Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert) und zum Erstellen von Histogrammen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen	Beim Einstieg kann der Diagnosetest aus dem SINUS-Projekt NRW verwendet werden, um das Vorwissen festzustellen und Angleichungsmaßnahmen zu ergreifen. Selbstlernmaterialien zur Stochastik Sek. I sind verfügbar. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. <i>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.</i> Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet. <i>Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnten medizinische Tests, geschlechtsspezifische Wahlergebnisse oder Bildungsabschlüsse dienen.</i> Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden. Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel zu Darstellungen mit Wahrscheinlichkeiten auch Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet. Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Text, Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Der Serviceband bietet hierzu vielfältige Übungsmöglichkeiten an. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten des Typs $P_A(B)$ bzw. $P_B(A)$ – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.

Unterrichtsvorhaben EF-VI (EF-G1)

Thema: Vektoren, ein Schlüsselkonzept (Punkte, Vektoren, Rechnen mit Vektoren, Betrag)

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Analytische Geometrie und Lineare Algebra Koordinatisierungen des Raumes Vektoren und Vektoroperationen	Modellieren <i>Mathematisieren</i> Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten <i>Validieren</i> die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen Problemlösen <i>Erkunden</i> Muster und Beziehungen erkennen <i>Lösen</i> Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren, <i>Begründen</i> Zusammenhänge zwischen Ober- und Unterbegriffen herstellen, math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen, verschiedene Argumentationsstrategien nutzen, <i>Beurteilen</i> lückenhafte und fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und ergänzen bzw. korrigieren, Kommunizieren <i>Rezipieren</i> math. Begriffe in Sachzusammenhängen erläutern, <i>Produzieren</i> eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden, <i>Diskutieren</i> zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet Stellung nehmen Werkzeuge nutzen Digitale Werkzeuge nutzen zum Darstellen von Objekten im Raum; grafischen Darstellen von Ortsvektoren und Vektorsummen, Durchführen von Operationen mit Vektoren	Ausgangspunkt ist eine Erweiterung des zweidimensionalen kartesischen Koordinatensystems in ein dreidimensionales. Dazu können beispielsweise Punkte im und außerhalb des Klassenraums durch Koordinaten beschrieben werden. An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern, Häusern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer dynamischen Geometriesoftware (DGS) Schrägbilder und Punkte im Raum darzustellen. Um die Identifikation eines Vektors mit einem Punkt zu verhindern, werden verschiedene Bedeutungen eines Vektors (Ortsvektor, Richtungsvektor, Verschiebungspfeil, gerichtete physikalische Größe) parallel eingeführt. Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität. Daneben sollen die in den Kompetenzen genannten Fragestellungen an Körpern, z.B. Quader und Pyramiden thematisiert werden.
Geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhaltes in der Ebene und im Raum wählen, geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen		
Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen deuten und Punkte im Raum durch Ortsvektoren kennzeichnen		
Vektoren addieren, mit einem Skalar multiplizieren und Vektoren auf Kollinearität untersuchen		
Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras berechnen, gerichtete Größen (Geschwindigkeit und Kraft) durch Vektoren darstellen		
Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nachweisen, Geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhaltes in der Ebene und im Raum wählen, geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen		
gerichtete Größen (Geschwindigkeit und Beschleunigung) durch Vektoren darstellen		

Grundkurs Q1

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben GK Q1-I (Q1-A1) Thema: Eigenschaften von Funktionen (Höhere Ableitungen, besondere Punkte von Funktionsgraphen, Funktionen bestimmen, Parameter) Anknüpfung an das Vorwissen über die Differentialrechnung (Ableitung, VZW-Kriterium) das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung beschreiben notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurückführen und diese lösen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, bestimmen („Steckbriefaufgaben“) Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang interpretieren	Modellieren <i>Strukturieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten, die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen <i>Validieren</i> die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen. Problemlösen <i>Erkunden</i> Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen einfache und komplexe mathematische Probleme, analysieren und strukturieren die Problemsituation erkennen und formulieren, Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln, ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen <i>Lösen</i> Argumentieren <i>Begründen</i> mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen nutzen, vermehrt logische Strukturen berücksichtigen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, grafischen Messen von Steigungen Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle	Das VZW-Kriterium aus der EF wird aufgegriffen und die Bedeutung der 2. Ableitung für das Krümmungsverhalten des Graphen wird beleuchtet. Dabei werden die Ableitungsregeln (Potenz-, Faktor-, Summenregel) wiederholt. Für Extremstellen wird das hinreichende Kriterium, das die 2. Ableitung statt des VZW benutzt, eingeführt. Für Wendestellen wird das VZW-Kriterium und das Kriterium, das die 3. Ableitung benutzt, eingeführt. Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Besucherströme in einen Freizeitpark und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) oder ein anderer Sachkontext leitet in das Thema Extremalprobleme ein. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. <i>Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.</i>

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben GK Q1-II (Q1-A2) Thema: Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Intergral- und Flächeninhalt, Integralfunktion) Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe interpretieren, die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext deuten, zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion skizzieren an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines pro-pädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern und vollziehen geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen, die Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate ermitteln, Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen ermitteln Integrale mithilfe von Stammfunktionen und numerisch auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge bestimmen	Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen, Vermutungen beispielgebunden unterstützen, Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur präzisieren, Zusammenhänge zwischen Begriffen herstellen (Ober- / Unterbegriff) vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären <i>Begründen</i> Kommunizieren <i>Rezipieren</i> Informationen aus zunehmend komplexen mathematischen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen erfassen, strukturieren und formalisieren, Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen erläutern. <i>Produzieren</i> eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Messen von Flächeninhalten zwischen Funktions-graph und Abszisse, Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrales, mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen nutzen	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt. <i>Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Der bestimmte Integral wird anhand der Schachtelung durch Ober- und Untersummen und anschließende Grenzwertbildung definiert. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.</i> Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang bietet Gelegenheit, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren. Im Grundkurs kann jedoch auf diese Vertiefung verzichtet werden. Es bietet sich an, die Grenzwertbildung von Ober- und Untersumme graphisch durch den Einsatz einer DGS zu visualisieren.

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben GK Q1-III (Q1-A3) Thema: Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus, Ableitungen)	Modellieren <i>Strukturieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen <i>Validieren</i> die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren	<i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung von Exponentialfunktionen an verschiedenen Kontexten in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</i>
Eigenschaften von Exponentialfunktionen beschreiben		Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.
die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion bilden die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion beschreiben		Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.
die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen und deren Ableitung bilden	Problemlösen <i>Erkunden</i> Muster und Beziehungen erkennen, Informationen recherchieren <i>Lösen</i> ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen einschränkende Bedingungen berücksichtigen	Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate.
Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze untersuchen	Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren <i>Begründen</i> math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen <i>Beurteilen</i> überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen	<i>In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.</i>
	Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> <i>Erkunden</i> Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), grafischen Messen von Steigungen, Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen	Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich, dass für die Eulersche Zahl e als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen. Die Funktion $\ln$ spielt im GK nur im Zusammenhang mit dem Lösen von Exponentialgleichungen eine Rolle. Ihre Ableitung wird nicht thematisiert.

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben GK Q1-IV (Q1-G1) Thema: Geraden und Skalarprodukt (Bewegungen und Schattenwurf) Punkte im Raum, Vektoren, Rechnen mit Vektoren (Anknüpfung an das Vorwissen aus der EF) Geraden in Parameterform darstellen den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext interpretieren Strecken in Parameterform darstellen die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren Lagebeziehungen zwischen Geraden untersuchen Schnittpunkte von Geraden berechnen und sie im Sachkontext deuten das Skalarprodukt geometrisch deuten und es berechnen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)	Modellieren <i>Strukturieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten, die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern Werkzeuge nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und dynamische Geometrie-Software nutzen; <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, Darstellen von Objekten im Raum	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen derselben Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Die Schüler sollen einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Hierbei soll das Formulieren und Argumentieren in der Fachterminologie geübt werden. Das Skalarprodukt wird im Grundkurs lediglich als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Anknüpfend an das Thema EF-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben GK Q1-V (Q1-G2) Thema: Ebenen als Lösungsmengen linearer Gleichungen (Untersuchung geometrischer Objekte)	Problemlösen <i>Erkunden</i> wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen <i>Lösen</i> Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...])nutzen, einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen, verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen, Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren. Kommunizieren <i>Produzieren</i> die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren <i>Diskutieren</i> ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen. Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen Darstellen von Objekten im Raum	Zur Darstellung von Gleichungssystemen werden Matrizen eingeführt. Mit dem Gaußverfahren sollen lineare Gleichungssysteme (LGS) händisch bis zur Dreiecksform umgeformt werden können. Der Taschenrechner soll nur bei schwierigeren LGS zum Einsatz kommen. Fragen der Überbestimmtheit bzw. Unterbestimmtheit eines LGS sollen thematisiert werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der diagonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Als Darstellungsform der Ebenengleichung wird die Parameterform entwickelt. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs der Parameter werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können vielfältige Modellierungsaufgaben gestellt werden. Im GK werden Schnittpunkte von Geraden und Ebenen durch Gleichsetzen der Parametergleichungen und anschließende Anwendung des Gaußverfahrens berechnet. Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen werden anhand der Richtungsvektoren untersucht. Der Begriff der linearen Abhängigkeit von Vektoren soll spätestens an dieser Stelle eingeführt werden.
lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise darstellen		
den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme beschreiben		
den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind, anwenden		
die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren		
Ebenen in Parameterform darstellen		
Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen untersuchen (anhand der Richtungsvektoren)		
Schnittpunkte von Geraden und Ebenen (Durchstoßpunkt) berechnen		

Grundkurs Q2

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben GK Q2-I (Q2-S1) Thema: Wahrscheinlichkeit – Statistik: Ein Schlüsselkonzept	Modellieren <i>Strukturieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten, die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung beurteilen, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren.	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.
untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben,	Mathematisieren <i>Validieren</i>	Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.
den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen erläutern den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen bestimmen und damit prognostische Aussagen treffen	Problemlösen <i>Erkunden</i> Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren <i>Reflektieren</i> Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Realsituation eine bestimmte Bedingung erfüllen muss, damit das Modells ‚Bernoullikette‘ Anwendung finden kann, nämlich dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.
Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente verwenden die Binomialverteilung erklären und damit Wahrscheinlichkeiten berechnen	Kommunizieren <i>Diskutieren</i> zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen	Die Anwendung des Modells erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).
den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung beschreiben	Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Generieren von Zufallszahlen, Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten, Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen.	Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.
Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen nutzen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen		Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.
anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen		Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ-Umgebung des Erwartungswertes liegen. Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben GK Q2-II (Q2-S2) Thema: Von Übergängen und Prozessen	Modellieren <i>Strukturieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen <i>Mathematisieren</i> Problemlösen <i>Erkunden</i> eine gegebene Problemsituation analysieren und strukturieren, heuristische Hilfsmittel auswählen, um die Situation zu erfassen, Muster und Beziehungen erkennen Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen Die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen.	<i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei reale komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i> Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, Grenzverteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.
Stochastik Stochastische Prozesse		
stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen beschreiben		
Umkehrung von Prozessen, inverse Matrizen		

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben GK Q2-III (Q2-A4) Thema: Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produktregel, Kettenregel) in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen bilden (Summe, Produkt, Verkettung) die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen anwenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen anwenden, die Ableitungen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten bilden Funktionen mit Produkt- und Kettenregel ableiten verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten zusammengesetzter Funktionen	Problemlösen <i>Lösen</i> heuristische Strategien und Prinzipien nutzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren, math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen, <i>Begründen</i> verschiedene Argumentationsstrategien nutzen <i>Beurteilen</i> lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren Kommunizieren <i>Produzieren</i> eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden, Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, grafischen Messen von Steigungen Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen.	Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten im Unendlichen erarbeitet. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Bei Aufgaben, in denen aus der gegebenen Änderungsrate die ursprüngliche Funktion ermittelt werden soll, kommt es u.a. darauf an, die Konstante mittels einer Nebenbedingung richtig zu ermitteln. In diesem Zusammenhang sollten auch Aufgaben vorkommen, bei denen die Konstante nicht 0 ist. <i>Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik können aufgegriffen werden (z. B. die Gaußsche Glockenkurve).</i>

Leistungskurs Q1

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q1-I (Q1-A1) Thema: Eigenschaften von Funktionen (Höhere Ableitungen, besondere Punkte von Funktionsgraphen, Funktionen bestimmen, Parameter) Anknüpfung an das Vorwissen über die Differentialrechnung (Ableitung, VZW-Kriterium) das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung beschreiben notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten verwenden Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurückführen und diese lösen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, bestimmen („Steckbriefaufgaben“) Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren und ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen untersuchen	Modellieren <i>Strukturieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten, die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen <i>Mathematisieren</i> die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen. <i>Validieren</i> Problemlösen <i>Erkunden</i> Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen einfache und komplexe mathematische Probleme, analysieren und strukturieren die Problemsituation erkennen und formulieren, Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln, ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, einschränkende Bedingungen berücksichtigen einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen <i>Lösen</i> Argumentieren <i>Begründen</i> mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen nutzen, vermehrt logische Strukturen berücksichtigen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen Darstellen von Funktionen (grafisch und als Wertetabelle), zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, grafischen Messen von Steigungen Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle	Das VZW-Kriterium aus der EF wird aufgegriffen und die Bedeutung der 2. Ableitung für das Krümmungsverhalten des Graphen wird beleuchtet. Dabei werden die Ableitungsregeln (Potenz-, Faktor-, Summenregel) wiederholt. Für Extremstellen wird das hinreichende Kriterium, das die 2. Ableitung statt des VZW benutzt, eingeführt. Für Wendestellen wird das VZW-Kriterium und das Kriterium, das die 3. Ableitung benutzt, eingeführt. Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) oder ein anderer Sachkontext leitet in das Thema Extremalprobleme ein. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, <i>mit Methoden des kooperativen Lernens</i> selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzzahliger Funktionen entwickelt. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. <i>Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.</i>

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q1-II (Q1-A2) Thema: Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral- und Flächeninhalt, Integralfunktion) Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe interpretieren, die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext deuten, zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion skizzieren an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs erläutern und vollziehen geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs begründen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen, die Intervalladditivität und Linearität von Integralen nutzen den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion ermitteln, Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen ermitteln Integrale mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen und numerisch bestimmen	Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen, Vermutungen beispielgebunden unterstützen, Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur präzisieren, Zusammenhänge zwischen Begriffen herstellen (Ober- / Unterbegriff) <i>Begründen</i> vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären Kommunizieren <i>Rezipieren</i> Informationen aus zunehmend komplexen mathematischen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen erfassen, strukturieren und formalisieren, Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen erläutern. <i>Produzieren</i> eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrales, mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen nutzen,	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt. <i>Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.</i> <i>Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen und anschließende Grenzwertbildung könnten die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen.</i> Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren Es bietet sich an, die Grenzwertbildung von Ober- und Untersumme graphisch durch den Einsatz einer DGS zu visualisieren.

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q1-II (Q1-A2) FORTSETZUNG Thema: Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral- und Flächeninhalt, Integralfunktion)	Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen, Vermutungen beispielgebunden unterstützen, Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur präzisieren, Zusammenhänge zwischen Begriffen herstellen (Ober- / Unterbegriff) vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise erklären <i>Begründen</i>	Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Die Mittelwertberechnung stellt noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals dar und soll erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an. Bei der Berechnung der Volumina von Rotationskörpern wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) Ein besonderes Augenmerk ist hier auf den wesentlichen Einfluss des Rotationsradius auf das Rotationsvolumen zu legen. Es gilt, die Fehlvorstellung zu korrigieren, dass gleiche Flächeninhalte bei Rotation zu gleichen Volumina führen.
den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion erläutern		
Flächeninhalte mithilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen bestimmen	Kommunizieren <i>Rezipieren</i> Informationen aus zunehmend komplexen mathematischen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen erfassen, strukturieren und formalisieren, Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren beschreiben, mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen erläutern.	
Mittelwerte von Funktionen		
Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen bestimmen	<i>Produzieren</i> eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen wechseln, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren	
Stetigkeit, Differenzierbarkeit und Integrierbarkeit	Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse, Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrales, mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen nutzen,	

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q1-III (Q1-A3) Thema: Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus, Ableitungen)	Modellieren <i>Strukturieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen <i>Validieren</i> die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren	<i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung von Exponentialfunktionen an verschiedenen Kontexten in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</i>
Eigenschaften von Exponentialfunktionen beschreiben		Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.
die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion bilden die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion beschreiben und begründen die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen (Tangenten) deuten	Problemlösen <i>Erkunden</i> Muster und Beziehungen erkennen, Informationen recherchieren Lösen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung einsetzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen einschränkende Bedingungen berücksichtigen	Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.
die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen und deren Ableitung bilden		Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. <i>In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.</i>
Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze untersuchen	Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren <i>Begründen</i> math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen <i>Beurteilen</i> überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen	Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.
Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen verwenden und die Qualität der Modellierung exemplarisch mit begrenztem Wachstum vergleichen		Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.
die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion nutzen die Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion bilden	Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Erkunden Darstellen von Funktionen (graphisch und als Wertetabelle), grafischen Messen von Steigungen, Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen	Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q1-IV (Q1-A4) Thema: Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produktregel, Kettenregel)	Problemlösen <i>Lösen</i> heuristische Strategien und Prinzipien nutzen, Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung auswählen	Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten im Unendlichen erarbeitet. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen. <i>Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik können aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve).</i>
in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen bilden (Summe, Produkt, Verkettung)		
die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen anwenden die Produktregel zum Ableiten von Funktionen anwenden	Argumentieren <i>Vermuten</i> Vermutungen aufstellen, beispielgebunden unterstützen und mithilfe von Fachbegriffen präzisieren, math. Regeln und Sätze für Begründungen nutzen sowie Argumente zu Argumentationsketten verknüpfen, <i>Begründen</i> verschiedene Argumentationsstrategien nutzen <i>Beurteilen</i> lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren	
die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen anwenden, die Ableitungen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten bilden die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten bilden, die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen anwenden		
verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten Den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen untersuchen	Kommunizieren <i>Produzieren</i> eigene Überlegungen formulieren und eigene Lösungswege beschreiben, Fachsprache und fachspezifische Notation verwenden,	
Parameter von Funktionen im Kontext interpretieren		
Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen	Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen, grafischen Messen von Steigungen Berechnen der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen.	
Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurückführen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion $f(x) = 1/x$ nutzen		
Integrationsverfahren der partiellen Integration und der Substitution		

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q1-V (Q1-G1) Thema: Geraden und Skalarprodukt (Bewegungen und Schattenwurf) Punkte im Raum, Vektoren, Rechnen mit Vektoren (Anknüpfung an das Vorwissen aus der EF) Geraden in Parameterform darstellen den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext interpretieren Strecken in Parameterform darstellen die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren Lagebeziehungen zwischen Geraden untersuchen Schnittpunkte von Geraden berechnen und sie im Sachkontext deuten das Skalarprodukt geometrisch deuten und es berechnen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)	Modellieren <i>Strukturieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung erfassen und strukturieren, Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe math. Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des math. Modells erarbeiten, die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung beurteilen, aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung verbessern Werkzeuge nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und dynamische Geometrie-Software nutzen; <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden, Darstellen von Objekten im Raum	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen derselben Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden. Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Die Schüler sollen einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Hierbei soll das Formulieren und Argumentieren in der Fachterminologie geübt werden. Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt. <i>Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.</i> Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an. <i>Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$ und $(\vec{a})^2 = (\vec{b})^2$ für die Seitenvektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eines Parallelogramms.</i> In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q1-VI (Q1-G2) Thema: Ebenen als Lösungsmengen linearer Gleichungen (Untersuchung geometrischer Objekte)	Problemlösen <i>Erkunden</i> wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen <i>Lösen</i> Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...])nutzen, einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen, verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen, Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren. Kommunizieren <i>Produzieren</i> die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren <i>Diskutieren</i> ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen. Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen Darstellen von Objekten im Raum	Zur Darstellung von Gleichungssystemen werden Matrizen eingeführt. Mit dem Gaußverfahren sollen lineare Gleichungssysteme (LGS) händisch bis zur Dreiecksform umgeformt werden können. Der Taschenrechner soll nur bei schwierigeren LGS zum Einsatz kommen. Fragen der Überbestimmtheit bzw. Unterbestimmtheit eines LGS sollen ausführlich thematisiert werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden. Als erste Darstellungsform der Ebenengleichung wird die Parameterform entwickelt. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs der Parameter werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden. Schnittpunkte von Geraden und Ebenen sollen im LK erst thematisiert werden, wenn Ebenen in Normalen- oder Koordinatenform bekannt sind. Im GK werden Schnittpunkte von Geraden und Ebenen durch Gleichsetzen und anschließender Anwendung des Gaußverfahrens berechnet. Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen werden anhand der Richtungsvektoren untersucht. Der Begriff der linearen Abhängigkeit von Vektoren soll spätestens an dieser Stelle eingeführt werden.
lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise darstellen		
den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme beschreiben		
den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind, anwenden		
die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen interpretieren		
Ebenen in Parameterform darstellen		
Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen untersuchen (anhand der Richtungsvektoren)		
geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform darstellen		

Leistungskurs Q2

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q2-I (Q2-G3) Thema: Abstände und Winkel	Problemlösen <i>Erkunden</i> wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen <i>Lösen</i> Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln Werkzeuge auswählen, die den Lösungsweg unterstützen, heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...]Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...])nutzen, einen Lösungsplan zielgerichtet ausführen, verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen, Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz beurteilen und optimieren, Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren. Kommunizieren <i>Produzieren</i> die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang verwenden, begründet eine geeignete Darstellungsform auswählen, Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren, Ausarbeitungen erstellen und präsentieren <i>Diskutieren</i> ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität vergleichen und beurteilen. Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen Darstellen von Objekten im Raum	Anknüpfend an die Orthogonalität von Vektoren wird die Gleichung: $\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$ betrachtet. Die Lösungsmenge wird geometrisch als Ebene gedeutet. Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden einander gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware (Vektoris 3D) verwendet. <i>Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhalte zu vernetzen.</i> Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte oder drei ausgewählte Punkte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt. Als Einstieg zu Abstandsbestimmungen kann als Kontext die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q1-V wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen oder zwischen Flugobjekt und Landeebene zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an. Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen.
Ebenen in Koordinatenform darstellen		
Ebenen in Normalenform darstellen und diese zur Orientierung im Raum nutzen		
Ebenen in Normalenform darstellen und diese zur Orientierung im Raum nutzen		
Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen		
Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen		
Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen		
mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)		
Vektorprodukt (fakultativ)		

Leistungskurs Q2

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q2-II (Q2-S1) Thema: Wahrscheinlichkeit – Statistik: Ein Schlüsselkonzept	Modellieren <i>Strukturieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren, <i>Mathematisieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten, <i>Validieren</i> die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation beziehen, die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung beurteilen, die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen reflektieren.	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt. Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Realsituation eine bestimmte Bedingung erfüllen muss, damit das Modell ‚Bernoullikette‘ Anwendung finden kann, nämlich dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Die Anwendung des Modells erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$. Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.
untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben,		
den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen erläutern den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen bestimmen und damit prognostische Aussagen treffen		
Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente verwenden die Binomialverteilung erklären und damit Wahrscheinlichkeiten berechnen die kombinatorische Bedeutung der Binomialkoeffizienten erklären	Problemlösen <i>Erkunden</i> Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, <i>Reflektieren</i> die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren	
den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung beschreiben	Kommunizieren <i>Diskutieren</i> zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen	
die sigma-Regeln für prognostische Aussagen nutzen		
Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen nutzen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen	Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Generieren von Zufallszahlen, Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten, Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomi-	

	al-verteilten Zufallsgrößen.	Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.
--	------------------------------	--

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Unterrichtsvorhaben LK Q2-III (Q2-S2) Thema: Signifikant und relevant? Testen von Hypothesen	Modellieren <i>Strukturieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren <i>Mathematisieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten.	Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.
	Problemlösen <i>Erkunden</i> Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen, die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren <i>Reflektieren</i> verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung variieren	
	Argumentieren <i>Beurteilen</i> lückenhafte Argumentationsketten erkennen und vervollständigen, fehlerhafte Argumentationsketten erkennen und korrigieren, überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Argumentationsketten hinsichtlich ihrer Reichweite und Übertragbarkeit beurteilen	
Fehler 1. und 2. Art beschreiben und beurteilen	Kommunizieren <i>Diskutieren</i> zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen	

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q2-IV (Q2-S3) Thema: Stetige Zufallsgrößen - Normalverteilung	Modellieren <i>Strukturieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen und strukturieren <i>Mathematisieren</i> zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle übersetzen, mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten. Problemlösen <i>Erkunden</i> Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden und stellen <i>Reflektieren</i> die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen, Ergebnisse vor dem Hintergrund der Fragestellung interpretieren Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren Kommunizieren <i>Diskutieren</i> zu mathemathhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung nehmen, Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen.	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. <i>Dementsprechend empfiehlt sich der Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.</i> Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. <i>Ergänzung für leistungsfähige Kurse:</i> Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann. Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Absprachen und Empfehlungen
Unterrichtsvorhaben LK Q2-V (Q2-S4) Thema: Stochastische Prozesse	Modellieren <i>Strukturieren</i> Annahmen treffen und begründet Vereinfachungen einer realen Situation vornehmen, <i>Mathematisieren</i> einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zuordnen Problemlösen <i>Erkunden</i> eine gegebene Problemsituation analysieren und strukturieren, heuristische Hilfsmittel auswählen, um die Situation zu erfassen, Muster und Beziehungen erkennen Werkzeuge nutzen <i>Digitale Werkzeuge nutzen zum</i> Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen Die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren und begründen.	<i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei reale komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i> Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, Grenzverteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt
stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen beschreiben		
die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse verwenden (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände).		
Umkehrung von Prozessen, inverse Matrizen		

Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung sind in einem gesonderten Dokument namens „Leistungskonzept“ niedergelegt.